Глаголев С. С. Опыты математического решения философских вопросов // Богословский вестник 1916. Т. 2. № 6. С. 237–252 (2-я пагин.). (Начало.)

Опыты математическаго рѣшенія философскихъ вопросовъ.

ВВЕДЕНІЕ.

Математика является двойственною наукою. Съ одной стороны она лежитъ въ основѣ всего положительнаго знанія; отсюда слѣдуетъ, что она должна быть доступна и близка всѣмъ. Съ другой стороны она оказывается дисциплиною знакомою очень немногимъ, и ея символы—$\sqrt{\ }$, $\int\int dxdy$, $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, % и другіе—смущаютъ умы не менѣе, чѣмъ масонскіе знаки. Математика и наиболѣе разработанная и наименѣе извѣстная изъ наукъ. Ея выводы въ глазахъ толпы непогрѣшимы, но не только основанія этихъ выводовъ а и ихъ смыслъ большинству часто представляется непонятнымъ. И предполагаемая непогрѣшимость и открывающаяся таинственность математики уже съ глубокой древности заставляли людей возлагать на нее надежды, что въ ея истинахъ и положеніяхъ содержится рѣшеніе важнѣйшихъ для человѣчества проблемъ, т. е. проблемъ философскихъ, включая въ нихъ и вопросы религіи. Настоящій очеркъ представляетъ собою попытку произвести обозрѣніе и оцѣнку такихъ опытовъ математическаго рѣшенія философскихъ вопросовъ, причемъ заранѣе должно оговориться, что обозрѣніе будетъ очень неполнымъ, а оцѣнка—очень неувѣренною. Въ оправданіе того и другого недостатка авторъ не находитъ ничего лучшаго, какъ сослаться по примѣру древнихъ софистовъ на сложность предмета и краткость человѣческой жизни.

Различнымъ образомъ привлекалась наука о числѣ и протяженіи къ рѣшенію метафизическихъ и теологическихъ проблемъ. Утилизацію ея можно свести къ четыремъ типамъ:

1) Изъ математики создали мистическую математику: числамъ, чертежамъ и формуламъ самимъ по себѣ придавали какое-то сакраментальное значеніе. 2) Совершенно противоположнымъ пріемомъ утилизаціи математики является привлеченіе ея къ рѣшенію вопросовъ философіи и богословія въ такомъ видѣ и по такимъ методамъ, какъ она привлечена къ рѣшенію проблемъ механики, астрономіи и физики. 3) Третій типъ философскаго пользованія математикой исходитъ изъ того, что математическія науки апріорны, что онѣ слѣдовательно отражаютъ въ себѣ природу нашего мышленія, и поэтому доставляютъ намъ драгоцѣннѣйшій матеріалъ для рѣшенія проблемъ гносеологіи. 4) Четвертый типъ совершенно противоположный третьему исходитъ изъ того начала, что математическія основы апостеріорны, созданныя ограниченнымъ опытомъ и употребляемыя для построенія теорій о безграничной вселенной они и приводятъ къ противорѣчіямъ, антиноміямъ, абсурдамъ и просто къ заблужденіямъ. Но правильно понятыя они даютъ основанія для новыхъ взглядовъ и на наше познаніе и на окружающую насъ дѣйствительность.

Постараюсь опредѣлить эти четыре типа подробнѣе и яснѣе.

1.

Слово „мистика" въ различныхъ случаяхъ и различными мыслителями употребляется не въ тожественномъ смыслѣ. И мистическая математика неодинакова у различныхъ ея адептовъ. Однако можно указать нѣкоторыя общія черты въ ея пониманіи. Мистическая математика усвояетъ фетишистическое значеніе числамъ, формуламъ и фигурамъ, причемъ фетишистическая сила можетъ быть и не во всѣхъ числахъ и фигурахъ,—у разныхъ мистиковъ—въ разныхъ, можетъ быть различною по величинѣ и по качеству — большою и малою, благопріятною и неблагопріятною. Фетишизмъ вообще есть признаніе присутствія божественной силы въ какомъ-нибудь объектѣ, обыкновенно—въ неодушевленномъ предметѣ, чаще всего въ камнѣ, далѣе — фетишизмъ распространяется и на одушевленныя существа. Въ мистической математикѣ фетишизмъ распространяется на абстракціи, устанавливается фактъ неразрывной связи между нѣкоторыми идеями и представленіями съ одной стороны и божественной силой съ другой.

Какъ поверхность куба неотдѣлима отъ его двугранныхъ или тѣлесныхъ угловъ, такъ благопріятная сила неотдѣлима отъ семи и неблагопріятная—отъ тринадцати. Если общій характеръ силы фетиша и подлежитъ опредѣленію, какъ божественной, демонической, благопріятствующей или противодѣйствующей, то за всѣмъ тѣмъ въ понятіи этой силы обыкновенно мыслится нѣкоторая неопредѣленность и даже неопредѣлимость. Въ этомъ отношеніи математическіе фетиши, кажется, счастливѣе всѣхъ прочихъ. За ними признается безусловная разумность, сила организующая, гармоническая, эстетическая и даже этическая.

Свойства чиселъ и математическихъ комбинацій естественно вызывали удивленіе, а изъ удивленія рождалось суевѣріе. Какому ребенку въ дѣтствѣ не предлагали задачи разставить девять первыхъ чиселъ въ девяти клѣткахъ квадрата такъ, чтобы сумма ихъ, по какой линіи ни считать, неизмѣнно равнялась бы 15 и въ какомъ ребенкѣ магическій квадратъ построенный согласно этому требованію не вызывалъ интереса и удивленія?

6	1	8
7	5	3
2	9	4

Но магическое значеніе этого квадрата парализовалось тѣмъ, что мало-мальски смышленый ребенокъ могъ его составить самъ. Однако возможно, что и смышленый ребенокъ задумался бы, еслибы ему перефразировали задачу о девятиклѣточномъ квадратѣ и предложили размѣстить въ немъ разныя числа такъ, чтобы сумма ихъ по всѣмъ направленіямъ равнялась году начала міровой войны.

637	642	635
636	638	640
641	634	639

Степень магичности квадрата еще болѣе можетъ быть повысилась въ его глазахъ, еслибы ему предложили такой, въ шестидесяти четырехъ клѣткахъ котораго различныя числа разставлены такъ, что сумма ихъ по всѣмъ линіямъ неизмѣнно равна цифрѣ текущаго года.

208	270	269	211	212	266	265	215
263	217	218	260	259	221	222	256
255	225	226	252	251	229	230	248
232	246	245	235	236	242	241	239
240	238	237	243	244	234	233	247
231	249	250	228	227	253	254	224
223	257	258	220	219	261	262	216
264	214	213	267	268	210	209	271

Тайна образованія этихъ и подобныхъ квадратовъ легко можетъ быть выяснена, но и послѣ выясненія уму можетъ представляться загадочнымъ фактъ существованія такихъ свойствъ у чиселъ, которыми обусловливается возможность у нихъ подобныхъ комбинацій. А комбинацій и свойствъ способныхъ внушать удивленіе у нихъ можно находить безъ конца. Человѣку говорятъ: пишите нечетныя числа въ послѣдовательномъ порядкѣ, начиная съ единицы, сколько вы ихъ не напишите, сумма ихъ всегда будетъ равна квадрату ихъ числа. Если ихъ написано 5 (1, 3, 5, 7, 9), сумма ихъ = квадрату 5 = 25; если ихъ написано 9 (1, 3, 5, 7, 11, 13, 15, 17), квадрату 9 = 81 и т. д. Подобное открывается относительно геометрическихъ фигуръ. Предлагаютъ изъ какой-угодно точки касательной параллельной діаметру окружности провести двѣ прямыя къ концамъ діаметра, площадь образованнаго такимъ образомъ треугольника будетъ равна квадрату радіуса окружности, между тѣмъ какъ число различныхъ треугольниковъ удовлетворяющихъ подобнымъ условіямъ безконечно.

Легко доказать, что такъ должно быть, изъ данныхъ условій неизбѣжно вытекаютъ открывающіяся слѣдствія, но въ міровомъ порядкѣ условія всегда являются для насъ обусловленными. Что, какая сила обусловливаетъ отмѣченные ариѳметическіе и геометрическіе факты? Умы реалистическаго склада не ставятъ этихъ вопросовъ, но умы, пытающіеся проникнуть въ основы и бездны бытія, останавливаются передъ ними. Паскаль шестнадцати лѣтъ отъ роду напечаталъ Essai pour les coniques. 1640. Въ этомъ сочиненіи онъ далъ замѣчательную теорему, что у шестиугольника вписаннаго въ коническія сѣченія точки пересѣченія его продолженныхъ противоположныхъ сторонъ лежатъ на одной прямой. Паскаль положилъ эту теорему въ основу теоріи коническихъ сѣченій. Его шестиугольникъ называется Hexagrammum mysticum — шестиугольникомъ мистическимъ. Для Паскаля прежде всѣхъ открылся фактъ и его несомнѣнность, но онъ не преисполнился вѣрою въ свой и вообще въ человѣческій геній, а поразился мудростью факта и взглянулъ на него мистически.

Разумѣется, въ однихъ одно вызываетъ удивленіе, въ другихъ—другое. Но въ области математики имѣются факты такой связи, гармоніи и цѣлесообразности, которые при первомъ ознакомленіи, кажется, должны поразить всякаго. Таковымъ является взаимоотношеніе чиселъ $e = 2,71828182846\ldots$ и $\pi = 3,14159265359\ldots$ Число $e = (1 + \triangle)^{\frac{1}{\triangle}}$ называютъ основаніемъ неперовыхъ логариѳмовъ. Это невѣрно, потому что Неперъ принялъ $\triangle$ равнымъ одной десятимилліонной, а его нужно приравнять безконечной малой величинѣ. Число π есть отношеніе окружности къ діаметру. Одно изъ этихъ чисемъ алгебраическое, другое — геометрическое, оба они трансцендентны, т. е. не могутъ быть выражены ни раціональными, ни ирраціональными величинами. Существованіе общихъ свойствъ—хотя бы и необычныхъ,— между числами неудивительно, но оказывается, что между этими двумя числами, явившимся въ различныхъ областяхъ математики и по различнымъ побужденіямъ, существуетъ исключительное родство. Число e возведенное въ степень π, умноженное на корень изъ минусъ единицы, будетъ равно минусъ единицѣ, т. е.,

$$e^{\pi\sqrt{-1}} = -1 \quad \text{или} \quad e^{2\pi\sqrt{-1}} = 1\ .$$

Такъ, при нѣкоторой своеобразной комбинаціи, гдѣ фигурируетъ величина мнимая, изъ чиселъ невыразимыхъ никакими числами и радикалами и въ сущности неизмѣряемыми единицею, получается препростенькая единица — начало и основаніе исчисленія. Комбинаціи e и π даютъ возможность установить безчисленное количество теоремъ и предложеній. Въ ряду этихъ предложеній должно поставить такое, что эти трансцендентныя числа имѣютъ особое родство съ простыми числами 19, 43, 67, 163, у которыхъ открывается много своеобразныхъ свойствъ, но должно отмѣтить, что въ математической мистикѣ народовъ эти числа совсѣмъ не фигурируютъ.

Древніе поражались не только свойствами фигуръ и чиселъ, но еще и такимъ обстоятельствомъ, что задачи вызываемыя жизнію и на видъ очень простыя, иногда оказывались совершенно неразрѣшимыми. Наиболѣе извѣстною изъ этихъ задачъ является задача о квадратурѣ круга. Квадратъ описанный вокругъ круга больше его, квадратъ вписанный въ кругъ меньше его, между этими двумя квадратами существуетъ безчисленное множество иныхъ меньше перваго и больше втораго, и одинъ изъ нихъ долженъ быть равенъ кругу, но какъ найти его? Задача и проста и жизненна; практически, приблизительно рѣшить ее ничего не стоитъ, но какъ рѣшить ее математически, какъ выразить въ числѣ и линіи величину квадрата равновеликаго кругу? И еще другая задача такая же простая на видъ и также часто встрѣчающаяся въ практикѣ представилась уму древнихъ: раздѣлить уголъ на 3 равныя части. Легко раздѣлить уголъ на 2, 4, 8, 128, 512 и многія иныя части, отчего нельзя найдти пріема для дѣленія его на три части, для построенія и вычисленія линій, требующихся для этого дѣленія. Умы поражались простотою и неразрѣшимостью задачи. Очевидно, требовалась необыкновенная мудрость для рѣшенія, но вмѣстѣ съ тѣмъ простота задачи подсказывала мысль, что эта мудрость должна быть простою. О простотѣ божественной мудрости говорила задача и о своей тѣсной связи съ этою мудростью. Древность поэтому и самое происхожденіе этихъ задачъ возводила къ богамъ. Древніе математики еще много занимались вопросомъ объ удвоеніи куба. Въ сущности эта задача тожественна съ задачею о дѣленіи угла на три равныя части. Если найдти пріемъ, при помощи котораго можно было бы извлекать кубическіе корни изъ линій, какъ извлекаются квадратные, то и всякій уголъ можно было бы дѣлить на трое и можно бы было построять кубы вдвое больше данныхъ. Но циркуль и линейка безпомощны для извлеченія кубичныхъ корней и рѣшенія кубическихъ уравненій. Не рѣшивъ задачи, древность сложила печальное сказаніе. Когда въ Греціи была моровая язва, дельфійскій оракулъ сказалъ, что умилостивить боговъ можно, удвоивъ золотой алтарь Аполлона, который имѣлъ и долженъ былъ сохранить форму куба. Изъ неразрѣшимости задачи вытекало, что умилостивленіе боговъ невозможно.

Система счисленія у различныхъ народовъ съ глубокой древности была десятичною. Причиною этого должно считать свойства числа десяти. Съ свойствами π, e люди ознакомились поздно, съ свойствами десяти они должны были ознакомиться на первыхъ ступеняхъ культуры. Число десять поразило ихъ и они усмотрѣли въ десяти число устрояющее и организующее міръ. Спевсиппъ (*Σπεύσιππος*), племянникъ Платона (род. около 395 г., покончилъ самоубійствомъ въ 334 г.), написалъ *βιβλίδιον γλαφυρόν*, отрывокъ изъ этой книжки, помѣщенный въ Theologumena arithmeticae, перевелъ Таннери. Спевсиппъ такъ трактуетъ о десяти:

„Число десять—совершенно; поэтому вполнѣ справедливо и естественно, что эллины, безо всякаго предварительнаго соглашенія, сошлись со всѣми народами всѣхъ странъ въ десятичномъ способѣ счисленія; оно обладаетъ также нѣсколькими свойствами, приличествующими такому совершенству.

„Во-первыхъ, оно должно быть четнымъ, чтобы заключить собою столько же четовъ, какъ и нечетовъ, безъ численнаго превосходства одного изъ этихъ родовъ чиселъ; дѣйствительно, такъ какъ нечетъ предшествуетъ чету, то всегда окажется лишній нечетъ, если число нечетное.

„Кромѣ этого равенства подобаетъ также, чтобы существовало и другое — между числами первыми или простыми и вторыми или сложными, и это равенство существуетъ для 10, между тѣмъ какъ ни одно изъ низшихъ чиселъ не даетъ его; изъ высшихъ чиселъ его можно найти въ 12 и нѣкоторыхъ другихъ, но 10—ихъ прототипъ, первое изъ чиселъ имѣющихъ это свойство наименьшее изо всѣхъ, которыя имъ обладаютъ; такимъ образомъ, одно изъ свойственныхъ ему совершенствъ—заключать собою равное число сложныхъ и простыхъ чиселъ.

„Оно даетъ еще третье равенство—между числомъ произведеній и множителей этихъ произведеній, при чемъ множители идутъ до 5, а ихъ произведенія отъ 6 до 10. Семь не можетъ быть получено отъ умноженія какихъ бы то ни было чиселъ, а потому должно быть исключено, но за то *нужно прибавить* 4, какъ производное отъ 2-хъ, такъ что равенство возстанавливается.

„Сверхъ того 10 заключаетъ въ себѣ всѣ отношенія равенства, превосходства, подчиненности, возможныя между послѣдовательными числами, и другія, а равно линейныя, плоскія и тѣлесныя числа, такъ какъ 1 есть точка, 2 — линія, 3—треугольникъ, 4—пирамида, и каждое изъ этихъ чиселъ первое въ своемъ родѣ и начало ему подобныхъ. А эти числа образуютъ первую изъ прогрессій, а именно разностную, и общая сумма ея членовъ—число 10.

„Въ плоскихъ и тѣлесныхъ фигурахъ первые элементы также точка, линія, треугольникъ и пирамида, заключающіеся въ числѣ 10 и въ немъ же находящіе свое завершеніе.

„Такъ, напримѣръ, у пирамиды 4 угла или 4 стороны и 6 реберъ, что составляетъ 10. Интервалы и предѣлы точки и линіи даютъ также 4, стороны и углы этого *треугольника* 6, т. е. опять таки 10.

„То же мы найдемъ, если станемъ исчислять фигуры. Дѣйствительно, первый треугольникъ—равносторонній—имѣетъ какъ бы только одну сторону или одинъ уголъ по причинѣ равенства угловъ и сторонъ, и потому что равное всегда неразличимо и единообразно.

„Второй треугольникъ—*полуквадратъ*, ибо, имѣя неравными только 2 стороны или 2 угла, онъ соотвѣтствуетъ діадѣ.

„Третій—*гемитригонъ*—половина равносторонняго треугольника, такъ какъ въ немъ нѣтъ равныхъ элементовъ, а число ихъ 3.

„Поступая такимъ образомъ съ тѣлесными фигурами, найдемъ число 4, слѣдовательно прійдемъ опять таки къ декадѣ.

„Дѣйствительно, первая пирамида представляетъ собою какъ бы *единицу*, имѣя, такъ сказать, одно ребро или одну грань по причинѣ ихъ равенства. *Вторая пирамида является въ томъ же смыслѣ діадой, такъ какъ ея углы при основаніи* образованы тремя плоскостями, а уголъ при вершинѣ четырьмя, такъ что это различіе уподобляетъ ее діадѣ. Третья пирамида, построенная на полуквадратѣ являетъ тріаду. Къ различію элементовъ, которое мы видѣли въ *полуквадратѣ*, какъ плоской фигурѣ, она прибавляетъ еще одно, соотвѣтствующее углу при вершинѣ; и такъ есть соотвѣтствіе между тріадой и этой пирамидой, вершина которой лежитъ на перпендикулярѣ, возстановленномъ изъ середины гипотенузы основанія. Наконецъ тѣмъ же способомъ можно найти *тетраду* въ четвертой пирамидѣ, имѣющей въ основаніи *гемитригонъ*.

Итакъ, эти фигуры завершаются въ числѣ 10. То же и относительно возникновенія, ибо для величины первое основаніе—точка, второе—линія, третье—поверхность и четвертое—тѣло“[1]).

Таннери высказываетъ предположеніе, что Спевсиппомъ было высказано еще многое въ томъ же духѣ. Возможно тѣмъ болѣе, что въ приведенномъ отрывкѣ Спевсиппъ не исчерпалъ и дѣйствительныхъ свойствъ десяти извѣстныхъ древнимъ.

Числа управляютъ міромъ. Осюда слѣдуетъ, что въ мірѣ царствуетъ законосообразность и порядокъ. Изученіе чиселъ дало основанія древнимъ установить еще положенія, что въ числовомъ управленіи вселенной содержатся эстетическія и этическія начала и что идеаломъ этого управленія является совершенство.

Древніе знали гармоническія пропорціи. Общій видъ ихъ: $a : b = (a - c) : (c - b)$, т. е. первая величина относится ко второй такъ, какъ первая безъ третьей относится къ третьей

---

[1]) П. Таннери. Первые шаги древне-греческой науки. С-пб. 1912. Стр. 3?? —329.

безъ второй. Въ геометріи это представляется въ видѣ гармоническаго дѣленія:

$$A \overline{\qquad\qquad C \qquad\qquad D \qquad\qquad} B$$

$AB : AC = (AB - AD) : (AD - AC)$. Если взять натуральный рядъ чиселъ: 1, 2, 3, 4, 5..... и на нихъ раздѣлить единицу, то получится новый рядъ $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \ldots\ldots \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1} \ldots$ у котораго изъ каждыхъ трехъ послѣдовательныхъ членовъ образуется гармоническая пропорція: $\frac{1}{n} : \frac{1}{n+2} = \left|\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right| : \left|\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right|$; обратимся отъ чиселъ къ музыкѣ. Вотъ, что представляютъ элементарныя истины акустики.

Не говоря о двухъ звукахъ, вполнѣ тождественныхъ по высотѣ (интервалъ 1 : 1, или *унисонъ*),—постепенно меньшую и меньшую степень сродства и созвучія находимъ при интервалахъ:

1 : 2 (октава),
2 : 3 (квинта),
3 : 4 (кварта),
4 : 5 (большая терція),
5 : 6 (малая терція),

Дальнѣйшіе интервалы 6 : 7, 7 : 8, 8 : 9... даютъ въ большей или меньшей степени *диссонансъ*.

Октава мало отличается отъ унисона. Интервалъ, превышающій октаву, имѣетъ почти такое же значеніе, какъ если бы нижній звукъ былъ поднятъ на октаву (напр. дуодецима 1 : 3 сходна съ квинтой 2 : 3).

Въ гармоническомъ рядѣ чиселъ

1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6

мы находимъ всѣ созвучные интервалы, расположенные по степенямъ ихъ музыкальнаго совершенства [1]).

Связь простѣйшихъ чиселъ съ музыкальною гармоніею и побудила древнихъ рядъ числовыхъ отношеній назвать гармоническими. Самый фактъ этой связи представился имъ доказательствомъ того, что красота звуковъ создается числами.

---

[1]) Столѣтовъ, Введеніе въ акустику и оптику. М-ва. 1895, стр. 60—61.

И въ самыхъ числахъ, въ ихъ комбинаціяхъ, въ образуемыхъ ими рядахъ они усматривали красоту. Но этого мало. Они признали существованіе между числами нравственныхъ отношеній. Создался циклъ дружественныхъ чиселъ. Знаніе ихъ Ямвлихъ возводилъ къ Пиѳагору. У него спросили, что такое другъ, и онъ отвѣтилъ: тотъ, который является другимъ „я“, какъ числа 220 и 284. Эти числа характерезуются тѣмъ, что сумма множителей перваго равна второму, и сумма множителей второго равна первому. 220=1+2+4+71+142, на каждое изъ этихъ слагаемыхъ дѣлится 284 и не дѣлится ни на какое иное. 284=1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110, на каждое изъ этихъ слагаемыхъ дѣлится 220 и не дѣлится ни на какое иное. Этотъ фактъ привелъ къ выводу, что одно изъ этихъ чиселъ есть alter ego другого. Другъ есть alter ego. Высшій нравственный идеалъ безъ сомнѣнія состоитъ въ томъ, чтобы я другого было человѣку также дорого, какъ его собственное. Люби ближняго, какъ самого себя. Прототипъ такого взаимоотношенія Пиѳагоръ усмотрѣлъ въ дружественныхъ числахъ.

И образы совершенства греческіе мыслители усмотрѣли въ числахъ. Совершенными названы ими числа, которыя равны суммѣ всѣхъ своихъ дѣлителей. 6=1+2+3; 28=1+2+4+7+14. Такимъ же условіемъ удовлетворяютъ 496; 8128 и еще найдены 5 чиселъ, наименьшее изъ нихъ имѣетъ 8, наибольшее 37 знаковъ. Можетъ быть въ признаніи такихъ чиселъ совершенными руководились мыслію, что совершенная гармонія обусловливается полученіемъ наибольшаго количества результатовъ при наименьшей затратѣ. Если сумма дѣлителей числа меньше числа, то въ немъ какъ бы оказывается непроизводительный избытокъ. Если наоборотъ, число оказывается меньше своихъ дѣлителей, непроизводительный избытокъ является въ послѣднихъ.

Числа суть силы. Они правятъ міромъ. Но надъ силами могутъ подниматься еще силы. Надо полагать, что претензію на обладаніе такими силами стали предъявлять нѣкоторыя лица узурпаторски называвшія себя математиками и бывшія такъ сказать колдунами математическаго типа. У насъ въ XVII вѣкѣ говорили: „богомерзостенъ всякъ, любяй геометрію“, хотя говорившій такъ обыкновенно аттестовалъ себя: „елинскихъ борзостей не текохъ, риторскихъ астрономовъ не читахъ"..., но утверждая это, онъ нѣсколько заблуждался. Его отрицательное отношеніе къ геометріи было несомнѣнно „еллинскою борзостію". Одинъ изъ законовъ юстиніанова кодекса имѣлъ заглавіе. De maleficiis, mathematicis et caeteris similibus и говорилъ: Ars autem mathematica damnabilis interdicta est omnino. Такъ, византійское законодательство въ VI в. причислило математиковъ къ злодѣямъ и совершенно воспретило предосудительное математическое искусство.

2.

Мистическая математика видитъ въ числѣ силу. Такъ разсматриваемое число само по себѣ—является объектомъ метафизики и богословія. Но независимо отъ этого данныя математики являются постояннымъ служебнымъ орудіемъ въ практической жизни и во всѣхъ отрасляхъ положительнаго знанія. По отношенію къ каждому орудію, дающему благимъ образомъ чувствовать свою силу, естественно ставить вопросъ: нельзя ли расширить сферу его примѣненія? По отношенію къ математикѣ этотъ вопросъ въ сущности нечего было и ставить. Ея исторія есть исторія постояннаго расширенія сферъ ея примѣненія. На памяти пишущаго эти строки были сдѣланы первыя попытки примѣнить математическій анализъ къ химіи, нѣсколько ранѣе явилась попытка использовать его въ психологіи и около этого же времени имъ стали широко пользоваться въ статистикѣ. Но статистика вѣдаетъ человѣческую жизнь съ ея моральной сторороной. Математическій анализъ въ статистикѣ вторгнулся въ сферу морали, охватилъ, значитъ, все существующее. Отсюда повидимому слѣдуетъ, что должно ставить вопросъ не о томъ—нужно ли пользоваться математикой для обсужденія метафизическихъ и богословскихъ проблемъ, а пожалуй о томъ—не даютъ ли математическія науки основанія для того, чтобы отвергнуть возможность обсужденія вопросовъ метафизики и богословія? Но такъ или иначе математическія науки оказываются стоящими между философскою истиною и человѣкомъ. Онѣ или помогаютъ постигнуть истину или выясняютъ невозможность ея постиженія.

По мнѣнію такихъ людей, какъ Паскаль, математика повидимому можетъ служить лѣстницей ведущей къ небу все равно, какъ вѣтвь математики — геометрія послужила ключемъ для уразумѣнія явленій происходящихъ на небѣ. Съ именемъ Паскаля связано созданіе теоріи вѣроятностей. Въ 1654 г. его другъ кавалеръ де Мере предложилъ ему задачу: два игрока въ кости, поставивъ равныя ставки, повели игру на условіи, что тотъ, кто первый сыиграетъ опредѣленное количество партій, положимъ А. получаетъ всю ставку. Обстоятельства заставили ихъ прервать игру, когда одному нехватало до выигрыша одной (выигралъ А—1 партію), а другому—двухъ партій (выигралъ А—2 партіи). Спрашивается, какъ должно раздѣлить между ними поставленную сумму? Паскаль рѣшилъ такъ. Половина всей ставки безспорно пренадлежитъ первому, потому что, если второй даже выиграетъ слѣдующую партію, права обоихъ на ставку окажутся равными. Что касается до второй половины ставки, то права на нее перваго и второго игрока равны, такъ какъ у нихъ равны шансы выигрыша и проигрыша по слѣдующей партіи. Поэтому первому игроку должны быть отданы $^3/_4$ ставки, второму—$^1/_4$. Эта задача послужила толчкомъ для обсужденія проблемъ о вѣроятностяхъ тѣхъ или иныхъ предположеній и утвержденій. И Паскаль поставилъ иную задачу.

Человѣческая мысль не можетъ постичь безконечнаго. Богъ есть безконечность. Анализируя это понятіе, мысль запутывается въ противорѣчіяхъ. Безконечность есть число, опредѣляющее или характеризующее величину. Всякое число есть четъ или нечетъ, и всякое число чрезъ прибавленіе къ нему единицы измѣняется изъ четнаго въ нечетное или наоборотъ. Безконечность не измѣняется чрезъ прибавленіе къ ней какого бы то ни было конечнаго числа, какъ и отъ вычитанія. Такимъ образомъ, безконечность для насъ непостижима, но въ такомъ случаѣ для насъ непостижимъ и Богъ. Какъ же рѣшить вопросъ—существуетъ Онъ или не существуетъ? Положимъ, намъ предложили бы принять участіе въ пари, одна сторона котораго говоритъ, что Бога нѣтъ, другая,—что Онъ существуетъ. Самое разумное, конечно, отказаться отъ пари, такъ какъ мы не знаемъ вѣрнаго отвѣта, но, говоритъ Паскаль, дѣлать ставку необходимо. „Не въ нашей волѣ играть или не играть. На чемъ же вы остановитесь? Такъ какъ выборъ сдѣлать необходимо, то посмотримъ, что представляетъ для васъ меньше интереса: вы можете проиграть двѣ вещи—истину и благо, и двѣ вещи вамъ приходится ставить на карту, ваши разумъ и волю, ваше познаніе и ваше блаженство; природа же ваша должна избѣгать двухъ вещей: ошибки и бѣдствія. Разъ выбирать необходимо, то вашъ разумъ не потерпитъ ущерба ни при томъ, ни при другомъ выборѣ. Это безспорно; ну, а ваше блаженство?

Взвѣсимъ выигрышъ и проигрышъ, ставя на то, что Богъ есть. Возьмемъ два случая: если выиграете, вы выиграете все; если проиграете, то не потерпите ничего. Поэтому, не колеблясь, ставьте на то, что Онъ есть.

Отлично слѣдуетъ такъ поступать; но можетъ быть, я дѣлаю слишкомъ большую ставку?

Посмотримъ. Такъ какъ случайности выигрыша и потери одинаковы, то если бы вамъ представлялась возможность выиграть только двѣ жизни за одну, то и тогда рискнуть этою одною не было бы неразумно. А если бы можно было выиграть три жизни, рискъ былъ бы еще умѣстнѣе (такъ какъ вы въ необходимости играть), и вы поступили бы неблагоразумно, не рискнувъ своею жизнію ради выигрыша трехъ жизней въ такой игрѣ, гдѣ случайности и выигрыша и проигрыша одинаковы. Но есть вѣчная жизнь и вѣчное счастіе. Поэтому было бы глупостію не поставить на карту конечнаго ради безконечнаго, если бъ даже изъ безконечнаго числа случайностей одна бы только была на нашей сторонѣ, не говоря ужѣ объ игрѣ при одинаковыхъ шансахъ за и противъ. Выигрышъ и рискъ здѣсь уравновѣшены. Вездѣ, гдѣ дано безконечное и нѣтъ безконечно великаго риска проигрыша противъ вѣроятности выигрыша, тамъ нечего взвѣшивать, а нужно отдавать все. Такимъ образомъ, будучи принуждены играть, мы, желая сохранить свою жизнь вмѣсто того, чтобы рискнуть ею ради выигрыша безконечнаго—столь же возможнаго, какъ и проигрышъ ничтожества,—доказываемъ, что дѣйствуемъ вопреки разсудку.

Ни къ чему не послужило бы возраженіе, будто рискуешь вѣрнымъ ради гадательнаго выигрыша и что безконечное разстояніе, отдѣляющее *несомнѣнность* ставки отъ *сомнительности* выигрыша, равняется конечному благу, которое становится несомнѣнно ради сомнительнаго безконечнаго. Это не такъ. Всякій игрокъ рискуетъ съ увѣренностію ради выигрыша, въ которомъ не увѣренъ, и тѣмъ не менѣе онъ несомнѣнно рискуетъ конечнымъ для сомнительнаго выигрыша конечнаго же, нисколько не погрѣшая этимъ противъ разсудка. Ложно думать, что между этою увѣренностію въ ставкѣ и неувѣренностію въ выигрышѣ разстояніе безконечно. Въ дѣйствительности же безконечность есть только между несомнѣнностью потери. Но сомнительность выигрыша пропорціональна несомнѣнности ставки, какъ это вытекаетъ изъ отношенія случайностей выигрыша и потери. Отсюда выходитъ, что если случайностей съ одной стороны столько же, сколько и съ другой, то идетъ партія равная противъ равной, и тогда увѣренность въ ставкѣ равняется неувѣренности въ выигрышѣ. Такимъ образомъ, наше предложеженіе безконечно сильно, когда рисковать приходится въ безконечномъ въ игрѣ, гдѣ случайности выигрыша и проигрыша одинаковы и выигрышемъ можетъ быть безконечное. Это доказывается само собою; и если люди способны понимать какія нибудь истины, это одна изъ нихъ. Математически пари Паскаля можно выразить такимъ образомъ. Если за бытіе Божіе имѣется одинъ шансъ и въ случаѣ выигрыша получается блаженство, то за Бога мы имѣемъ $1 \times \infty$; если противъ бытія Божія мы имѣемъ очень много шансовъ A и въ случаѣ, если Его нѣтъ, воспользуемся очень многими земными благами B, то противъ Бога мы будемъ имѣть $A \times B$. Очевидно, что $1 \times \infty > A \times B$.

Математикъ А. А. Марковъ несомнѣнно по поводу этого regle des partis Паскаля приводитъ въ своемъ курсѣ „Исчисленіе вѣроятностей“ (третье изданіе. 1913. стр. 225) разсужденіе Лапласа въ статьѣ De la probabilité des temoignages, помѣщенной во введеніи къ его классическому труду Théorie analytique des probabilités. „Тотъ, кто обѣщаетъ за довѣріе къ своимъ утвержденіямъ награду, а за недовѣріе наказаніе, не увеличиваетъ такимъ обѣщаніемъ, а уменьшаетъ степень довѣрія къ себѣ; если же размѣръ обѣщанія становится безграничнымъ, то степень довѣрія, какого они заслуживаютъ, падаетъ до нуля“.

Такъ теорія вѣроятностей даетъ Паскалю доказательство бытія Божія, а Лапласу—доказательство небытія Божія. Изъ этого многіе хотятъ сдѣлать выводъ, что исчисленіе вѣроятностей въ вопросѣ о Богѣ аннуллируется, потому что изъ него извлекаютъ доводы и pro и contra. Но нужно ли спѣшить соглашаться съ такимъ взглядомъ? Изъ однихъ и тѣхъ же фактовъ черпаютъ доводы въ защиту движенія и неподвижности земли. Отсюда не слѣдуетъ равноцѣнность и слѣдовательно взаимноуничтожительность этихъ доводовъ. Доводы Паскаля и Лапласа не могутъ быть аннуллированы уже потому, что несомнѣнно они имѣли убѣдительную силу въ глазахъ многихъ лицъ. Сущность довода Паскаля резюмирована имъ въ такой простой формѣ: „если мы ошибаемся, считая христіанство истиной, мы теряемъ очень немногое, но какое несчастье, если мы ошибаемся, считая его ложью!" Эти слова Паскаля на протяженіи почти трехъ столѣтій заставляли задумываться многихъ. Съ другой стороны и соображенія Лапласа не осталися мѣдью звенящею. Слова А. А. Маркова, „что къ разсказамъ о невѣроятныхъ событіяхъ, будто бы происшедшихъ въ давно минувшее время, слѣдуетъ относиться съ крайнимъ сомнѣніемъ" (225) повидимому навѣяны математической философіей знаменитаго творца системы міра.

И трудно воздержаться отъ того, чтобы не примѣнять принциповъ теоріи вѣроятностей къ вопросамъ самаго высшаго порядка и характера. Существуетъ ли высшій Разумъ, т. е. Богъ? Нашъ разумъ ясно говоритъ намъ, что разумъ выше нашего возможенъ. Изъ сопоставленія принциповъ современной науки съ теоріей вѣроятностей съ неотразимою убѣдительностію слѣдуетъ, что, если онъ возможенъ, то онъ дѣйствителенъ. Повидимому умозаключеніе это не изъ тѣхъ, которыя одобряются логикой. A posse ad esse non valet consequentia. Но теорія вѣроятностей говоритъ намъ: въ данномъ случаѣ valet.

С. Глаголевъ.

(Продолженіе слѣдуетъ).

Глаголев С. С. Опыты математического решения философских вопросов // Богословский вестник 1916. Т. 2. № 7/8. С. 446–467 (1-я пагин.). (Окончание.)

Опыты математическаго рѣшенія философскихъ вопросовъ.

(Продолженіе [1]).

Процессъ міровой жизни имѣетъ за собою безконечное прошлое, и потому въ немъ должны были осуществиться всѣ возможности. Сущность телеологическаго доказательства бытія Божія нерѣдко формулировали въ словахъ Цицерона, который говорилъ, что случай точно такъ же не могъ образовать благоустроеннаго міра, какъ изъ на-удачу брошенныхъ буквъ онъ не могъ образовать лѣтописей Эннія. Противъ этого разсужденія выдвигаютъ принципы вѣроятности и эволюціи. Если бросить на-удачу буквы, изъ которыхъ состоятъ лѣтописи Эннія, то совершенно безразсудно ожидать, что они сложатся въ стройные ряды, въ которые ихъ нѣкогда уложила мысль Эннія. Это вѣрно, но если ежечасно бросать эти буквы въ теченіе нѣсколькихъ милліоновъ лѣтъ то, вѣдь, тогда въ ряду тѣхъ комбинацій, въ которыя будутъ вступать эти буквы, должна непремѣнно оказаться и Энніева и при томъ даже безъ тѣхъ описокъ, которыя допустилъ авторъ, и безъ тѣхъ корректурныхъ ошибокъ, которыя допускаются обыкновенно типографіями. Эмпедоклъ сказалъ: въ природѣ сохраняется только цѣлесообразное. Въ природѣ возникаютъ всевозможныя комбинаціи, но естественный отборъ,—говорятъ теперь,—сохраняетъ формы и существа приспособленныя къ средѣ. Разумъ, разъ явившись, цѣпко хватается за жизнь и стремится и сохраниться и умножиться. Но конечно не на землѣ и не въ лицѣ человѣка впервые засвѣтился этотъ разумъ во вселенной. Трильоны и квадрильоны вѣковъ назадъ онъ долженъ былъ существовать. Этотъ разумъ, конечно, долженъ былъ дѣлать то,

[1]) См. Бог. Вѣст. Іюнь 1916 г.

къ чему теперь стремится разумъ человѣческій—препобѣждать природу и подчинять ее себѣ. И онъ имѣлъ у себя совершенно достаточно времени для того, чтобы достигнуть какихъ угодно цѣлей въ этомъ направленіи. Зачѣмъ намъ мечтать о Uebermensch'ѣ? Милліоны вѣковъ тому назадъ онъ уже существовалъ во вселенной. Уоллэсъ почти такой же творецъ дарвинизма, какъ и самъ Дарвинъ, развивая дарвинистическую теорію до ея послѣднихъ логическихъ выводовъ, приходитъ къ заключенію, что существуетъ невидимый духовный міръ и что этотъ невидимый духовный міръ былъ тѣмъ Провидѣніемъ, которое путемъ постепеннаго развитія произвело человѣка отъ животныхъ типовъ и теперь ведетъ его по пути развитія и усовершенствованія. Теоретическія соображенія и факты привели Уоллэса къ такому воззрѣнію. Если за билліоны вѣковъ *до возникновенія земли процессъ эволюціи* совершался во вселенной, то ясно, что за билліоны вѣковъ до существованія человѣка должны были быть существа обладающія разумомъ въ неизмѣримо высшей степени, чѣмъ культурнѣйшій человѣкъ XX вѣка. Конечно, эти существа давно должны были найти средства для свободнаго перемѣщенія въ междупланетныхъ пространствахъ. Міръ этихъ существъ Уоллэсъ представляетъ невидимымъ. И какъ этотъ міръ, такъ и этотъ признакъ у этого міра должны признать эволюціонисты, если пожелаютъ быть логичными. Тѣ знанія, которыми мы располагаемъ, ясно раскрываютъ намъ, что при бо̀льшихъ знаніяхъ и мы могли бы становиться невидимыми, когда бы захотѣли. Такимъ образомъ существа высшаго типа, находя ненужнымъ и неполезнымъ для насъ открывать себя намъ, могутъ неуловимо и незримо вмѣшиваться въ нашу жизнь и содѣйствовать нашему благу. По мнѣнію Уоллэса, факты и доказываютъ, что человѣкъ не могъ произойти отъ животныхъ исключительно путемъ естественнаго подбора, и поэтому должно признать, что высшія существа сознательно, разумно и постепенно преобразовывали физическую и духовную организацію животныхъ для того, чтобы произвести человѣка. Русскіе переводчики книги Уоллэса энергично отрицаютъ участіе разума въ дѣлѣ происхожденія человѣка. Не будемъ съ ними спорить объ этомъ, но думаемъ, что съ ихъ точки зрѣнія должно быть признано безспорнымъ слѣдующее. Представимъ себѣ возможно совершенный разумъ, возможно совершенное знаніе наилучшихъ цѣлей и средствъ, возможно совершенное знаніе міра. Съ эволюціонной точки зрѣнія такой разумъ необходимо существуетъ. На самомъ дѣлѣ, вѣдь разумъ, какъ и матерія, эволюціонируетъ отъ вѣчности, и слѣдовательно, какъ бы далеко мы мысленно ни отодвигались въ прошлое — на билліоны и трилліоны вѣковъ, — мы неизбѣжно должны мыслить, что совершенный разумъ уже существовалъ нъ то отдаленное время. А между этимъ разумомъ и человѣкомъ эволюціонный процессъ долженъ былъ создать безчисленное количество существъ по своему разуму выше человѣка и ниже высшаго разума. Продуктомъ эволюціи долженъ явиться высшій разумный міръ, но такъ какъ эволюціонный процессъ существовалъ отъ вѣчности, то, слѣдовательно, высшій духовный міръ существовалъ всегда.

Всегда существовалъ и Высшій Разумъ, какъ предѣльный изъ всѣхъ возможныхъ разумовъ.

Приложеніе математическаго анализа къ принятымъ принципамъ и установленнымъ фактамъ дало возможность многимъ физикамъ утверждать какъ научно доказанную истину, что Высшій Разумъ есть не только устроитель и организаторъ, но и творецъ міра.

Существуетъ въ естествознаніи законъ сохраненія энергіи. Эмпирически законъ этотъ очень понятенъ. Имъ утверждается, что количество вѣса, количество теплоты, свѣта во всей вселенной остается неизмѣннымъ, что если извѣстное количество теплоты превратится въ движеніе, то потомъ движеніе опять перейдетъ или по крайней мѣрѣ можетъ перейти въ тоже количество теплоты. За единицу теплоты принимается то ея количество, которое повышаетъ температуру одного килограмма дистиллированной воды съ 0^0 до 1^0 по С. (большая калорія). Это количество теплоты, если оно будетъ преобразовано въ работу, можетъ поднять 424 килограмма какого-либо вещества на высоту 1-го метра. Величина 424 килограмма и называется механическимъ эквивалентомъ теплоты, такъ какъ показываетъ, въ какое количество механической работы превращается единица теплоты (съ непогрѣшимой точностью величина механическаго эквивалента не установлена). Наоборотъ, количество теплоты, развивающееся вслѣдствіе паденія 1 килограмма съ высоты 1-го метра (равное $^1/_{424}$ количества теплоты нужнаго для повышенія температуры 1-го килограмма воды съ 0^0 на 1^0 по С.), называется термическимъ эквивалентомъ работы. Эта неизмѣняемость отношеній между силами, этотъ фактъ, что превращенія энергіи не измѣняютъ ея количества, что при этихъ превращеніяхъ ничто не тратится и не пропадаетъ, что, придя въ свое первоначальное состояніе, энергія окажется существующею въ томъ же количествѣ, въ какомъ и была изначала, этотъ фактъ и носитъ имя сохраненія энергіи. Онъ очень понятенъ и раньше, чѣмъ онъ былъ формулированъ, онъ въ дѣйствительности уже предполагался въ положительныхъ наукахъ; изъ его молчаливаго предположенія выходили физики и механики въ своихъ работахъ, онъ былъ и будетъ всегда необходимымъ постулатомъ естествознанія. Но съ философской точки зрѣнія онъ заключаетъ въ себѣ много неяснаго и неопредѣленнаго. Пока имъ утверждается, что количество движенія, присущее тѣламъ, остается неизмѣннымъ, онъ ясенъ; но когда имъ утверждается, что и количество вѣса въ природѣ тоже неизмѣнно, онъ страненъ. Тѣло, перенесенное съ полюса на экваторъ, вѣситъ въ послѣднемъ мѣстѣ менѣе. Намъ скажутъ, что это не измѣняетъ дѣла, и что вѣсъ земли остается неизмѣннымъ. Но если землю удалить отъ солнца или приблизить къ нему, то и ея вѣсъ измѣнится. Намъ скажутъ, что вѣсъ солнечной системы останется неизмѣннымъ. Но мы можемъ представить себѣ и солнечную систему поставленною въ иныя условія и вслѣдствіе этого ставшею или легче или тяжелѣе. Мы имѣемъ основанія такимъ образомъ утверждать, что мы можемъ перестроить всю вселенную такъ, что вѣсъ ея измѣнится. Есть одно объясненіе закона тяготѣнія, по которому сначала въ природѣ не было вовсе вѣса и онъ явился впослѣдствіи. Но если понятіе вѣса оказывается неустойчивымъ, то тогда и все дальнѣйшее ученіе о сохраненіи энергіи теряетъ свою опредѣленность. За всѣмъ тѣмъ ученіе о сохраненіи энергіи въ научномъ міропониманіи оказывается совершенно необходимымъ. Къ нему присоединяется еще ученіе объ энтропіи. Каждому тѣлу присуще нѣкоторое количество энергіи, но не все это количество можетъ быть измѣрено и не все можетъ быть обращено въ работу. Энергія, находящаяся въ тѣлѣ, можетъ быть извлечена изъ него лишь въ томъ случаѣ, если тѣло будетъ введено въ сферу, въ которой тѣла обладаютъ меньшею энергіей, чѣмъ оно. Вода, имѣющая 15^0 температуры и находящаяся въ комнатѣ, въ которой все имѣетъ эту температуру, не отдаетъ своей энергіи окружающимъ предметамъ, но будучи перенесена на воздухъ, гдѣ температура приближается къ 5^0 холода, сейчасъ же начнетъ остывать, затѣмъ обращается въ ледъ и въ концѣ концовъ принимаетъ температуру окружающей среды. Безъ сомнѣнія, не только эта среда понизила температуру воды, но и сама повысила свою собственную, только на безконечно малую величину, ускользающую отъ измѣренія. Этотъ законъ передачи энергіи требуетъ нѣкотораго разъясненія: тѣло, передающее свою энергію другимъ, обладаетъ не большимъ количествомъ энергіи, чѣмъ другія, но, такъ сказать, большею напряженностью энергіи. Если энергію разсматривать, какъ количество движенія частицъ, то это можно разъяснить такъ: въ маленькомъ желѣзномъ шарѣ, имѣющемъ температуру въ 100^0 тепла и погруженномъ въ большое количество воды, имѣющей температуру въ 50^0, очень немного частицъ, но эти частицы имѣютъ очень быстрое движеніе, въ окружающей его водѣ число частицъ очень значительно, но онѣ имѣютъ сравнительно медленное движеніе. Если мы сложимъ всѣ движенія частицъ воды, то окажется, что вторая сумма больше первой; однако не вода будетъ отдавать избытокъ своей энергіи желѣзу, а желѣзо водѣ. Законъ передачи энергіи слѣдовательно состоитъ въ томъ, что скорость движеній молекулярныхъ частицъ въ тѣлахъ стремится уравновѣситься. Существованіе разности въ этихъ скоростяхъ и обусловливаетъ всѣ явленія въ мірѣ. Для того, чтобы въ мірѣ происходили какія бы то ни было явленія, нужно, чтобы въ мірѣ существовали тѣла съ свободной энергіей, т.-е. такія, скорость частицъ въ которыхъ больше, чѣмъ въ окружающихъ. Процессъ передачи этими тѣлами избытка своей энергіи другимъ тѣламъ и есть процессъ міровой жизни. Но тѣла могутъ отдавать только избытокъ энергіи, за этимъ избыткомъ находится еще нѣкоторое количество энергіи, которое никакъ нельзя извлечь изъ тѣла. Это—энергія несвободная. Ее называютъ энтропіей (такое значеніе этому термину далъ Клазіусъ, въ Англіи по предложенію Тэта, энтропіей, напротивъ, называютъ свободную энергію). Клазіусъ сказалъ, что энергія вселенной постоянна, но энтропія ея непрестанно стремится увеличиваться. На самомъ дѣлѣ, энергія вселенной стремится распредѣлиться равномѣрно, стремится, значитъ, распредѣлиться такъ, чтобы въ однихъ тѣлахъ не было избытка энергіи сравнительно съ другими, чтобы, слѣдовательно, исчезала свободная энергія. Такъ, тѣла, взаимно тяготѣющія, стремятся сблизиться между собою и упасть одно на другое; силы, сопротивляющіяся движенію, превращая энергію пореноснаго движенія въ теплоту, уменьшаютъ центробѣжную силу ихъ около центральныхъ движеній и даютъ тѣмъ перевѣсъ силамъ тяготѣнія; неравныя упругости стремятся уравняться; неравно нагрѣтыя тѣла, сообщающіяся между собою посредствомъ проводимости или посредствомъ лучей, стремятся привести свои температуры въ равновѣсіе. Вся совокупность этихъ дѣйствій направлена къ тому, чтобы 1) сблизить между собою взаимно тяготѣющія тѣла, 2) уравновѣсить во всей вселенной упругости и 3) уравнять въ ней температуры. Когда это состояніе наступитъ, то энергія вселенной сохранитъ при этомъ свою начальную величину, но только равномѣрно разсѣется въ системѣ или, говоря иначе, вся перейдетъ въ энтропію. Это будетъ концомъ вселенной, въ ней прекратятся всѣ измѣненія, вызывавшіяся ранѣе превращеніями энергіи (стремленіе къ этому концу, къ установленію абсолютныхъ равновѣсій можно назвать стремленіемъ къ покою. Поэтому мы признаемъ, что формула древнихъ: всѣ тѣла стремятся къ покою, въ сущности справедлива.) Если бы вселенная мыслилась безконечною, то тогда можно было бы сказать, что такое разсѣяніе энергіи (dissipation of energy) произойдетъ черезъ безконечное число лѣтъ или—что тоже—никогда не произойдетъ, но какъ показали мы выше — вселенная должна быть мыслима конечною, значитъ, рано или поздно равномѣрное распредѣленіе энергіи въ ней произойдетъ, и ея жизнь кончится.

Но если вселенную ожидаетъ конецъ, то значитъ, она имѣла начало. Разумъ, устроившій ее, долженъ предварить ее въ бытіи и не быть связаннымъ съ нею цѣпью необходимости, иначе и онъ оказался бы вовлеченнымъ въ конечный процессъ, и для него и для міра нужно бы было искать новой [причины. Этотъ выводъ настолько безспоренъ и ясенъ, что многіе физики ввели его въ свои курсы. Пытаются ослабить значеніе этого вывода разсужденіемъ о безконечности вселенной и слѣдовательно безконечности мірового процесса. Это разсужденіе не можетъ помочь намѣчаемой имъ задачѣ. Нѣтъ нужды въ данномъ случаѣ ставить вопросъ о безконечности или конечности міра. Вопросъ можно поставить просто и безспорно. Наука не можетъ мыслить міра подъ формою неопредѣленнаго уравненія. Комплексъ явленій настоящаго момента она мыслитъ какъ опредѣленную функцію того, что ему предшествовало. Во вселенной имѣются пункты максимума энергіи и минимума энергіи. Энергія должна направиться отъ пункта maximum'a къ пункту minimum'a. Отсюда вытекаетъ, что въ каждый послѣдующій моментъ максимальный предѣлъ энергіи во вселенной понижается. Интенсивность жизни ослабѣваетъ въ мірѣ съ каждымъ моментомъ. Процессъ міровой жизни есть процессъ умиранія. Если мы обозначимъ различныя напряженія энергіи во вселенной черезъ p, q, r, s, t..., а количество этихъ энергій черезъ A, B, C, D, E, то получимъ, что энергія во вселенной стремится распространиться вездѣ съ напряженіемъ равнымъ $Ap + Bq + Cr + Ds + Et + \ldots$, раздѣленнымъ на число членовъ. Это число равно безконечности. Дѣлимое также равно безконечности. Но что дѣлать. Алгебра наставляетъ насъ, что въ данномъ случаѣ отъ дѣленія безконечности на безконечность должно получиться конечное число. Если maximum энергіи въ данный моментъ $= p$, a minimum $= s$, и искомое число мы обозначимъ черезъ x, то будемъ имѣть $p > x > s$. Міръ стремится къ опредѣленному предѣльному состоянію, которое мы обозначили черезъ x. Это предѣльное состояніе есть смерть. Приближеніе къ нему есть умираніе. Жизнь міра есть умираніе. Такой признакъ устраняетъ возможность мысли о вѣчности, а слѣдовательно, безначальности и самобытности міра.

Въ этомъ разсужденіи о происхожденіи міра черезъ твореніе, какъ въ разсужденіяхъ предыдущихъ, математика привлекается для анализа фактовъ, но и самыя данныя математики можно дѣлать предметомъ анализа и посредствомъ ихъ изслѣдованія получатъ философскіе выводы.

Ученіе Канта объ апріорныхъ формахъ чувственности и категоріяхъ разсудка имѣетъ въ своей основѣ преувеличенное довѣріе къ аксіомамъ математики, роковымъ образомъ влекущее за собою невѣріе въ наши познавательныя способности. Его математическія антиноміи, хотя онъ и хочетъ представить ихъ кажущимися противорѣчіями, на самомъ дѣлѣ у него оказываются противорѣчіями дѣйствительными. Вотъ его разсужденіе.

„Первое столкновеніе трансцендентальныхъ идей.

Тезисъ.

Міръ имѣетъ начало во времени и по пространству заключенъ въ границахъ.

Доказательство.

Пусть допустятъ, что міръ не имѣетъ начала по времени, тогда должно принять, что каждому данному моменту предшествовала вѣчность и вмѣстѣ съ тѣмъ предшествовалъ безконечный рядъ слѣдовавшихъ одно за другимъ состояній вещей въ мірѣ. Но безконечность ряда состоитъ въ томъ, что онъ никогда не можетъ быть осуществленъ черезъ послѣдовательный синтезъ. Такимъ образомъ безконечно протекшій рядъ міровыхъ явленій невозможенъ; слѣдовательно, начало міра есть (во времени) необходимое условіе его существованія, что прежде всего и требовалось доказать.

По отношенію ко второму пусть допустятъ опять противоположное; получится, что міръ есть безконечное цѣлое совмѣстно существующихъ вещей. Но величину какого-либо количества (Quanti), неданнаго въ извѣстныхъ границахъ каждаго созерцанія [1]), мы можемъ мыслить только черезъ синтезъ его частей и цѣлость такого количества мы можетъ мыслить только черезъ законченный синтезъ или чрезъ повтореніе присоединенія единицы къ себѣ самой [2]). Поэтому,

---

[1]) Мы можемъ неопредѣленное количество разсматривать какъ цѣлое, не имѣя нужды конструировать его цѣлостность посредствомъ измѣренія, т. е. черезъ послѣдовательный синтезъ его частей, такъ какъ границы уже опредѣляютъ его законченность, отрѣзывая всякое приращеніе.

[2]) Понятіе цѣлостности въ данномъ случаѣ есть ничто иное, какъ представленіе законченнаго синтеза частей цѣлаго, такъ какъ, не имѣя возможности въ данномъ случаѣ извлечь это понятіе изъ созерцанія цѣлаго, мы можемъ по крайней мѣрѣ, охватить его только черезъ синтезъ частей до завершенія безконечности.

чтобы мыслить міръ, наполняющій всѣ пространства какъ цѣлое, нужно разсматривать послѣдовательный синтезъ частей нѣкоего безконечнаго міра, какъ законченный, т. е. нужно разсматривать, что прошло нѣкоторое безконечное время при перечисленіи всѣхъ сосуществующихъ вещей; что невозможно. Поэтому безконечный аггрегатъ дѣйствительныхъ вещей не можетъ быть разсматриваемъ какъ данное цѣлое и какъ данное совмѣстно. Слѣдовательно міръ не безконеченъ по пространству, а заключенъ въ границы, что требовалось доказать во вторыхъ.

Антитезисъ.

Міръ не имѣетъ никакого начала и никакихъ границъ въ пространствѣ, но онъ безконеченъ какъ по пространству, такъ и по времени.

Доказательство.

Пусть предположатъ, что онъ имѣетъ начало. Такъ какъ начало есть существованіе, которому предшествуетъ нѣкоторое время несуществованія вещи, то должно было протечь нѣкоторое время, когда міра не было, т. е. пустое время. Но въ пустомъ времени невозможно происхожденіе никакой вещи, такъ какъ никакая часть такого времени не имѣетъ въ себѣ сравнительно съ другою частью отличительнаго условія бытія отъ времени небытія (представятъ ли, что оно возникаетъ само собою или отъ другой причины). Такимъ образомъ хотя въ мірѣ можетъ имѣть начало какой-либо рядъ вещей, самъ міръ не можетъ имѣть никакого начала и такимъ образомъ, въ прошедшемъ онъ безконеченъ.

Относительно второго пусть также напередъ допустятъ противоположное, именно, что міръ конеченъ и ограниченъ по пространству, такимъ образомъ онъ находится въ нѣкоторомъ пустомъ пространствѣ, которое не ограничено. Однако такое допущеніе было бы не предположеніемъ о взаимоотношеніи въ пространствѣ, а предположеніемъ объ отношеніи вещей къ пространству. Но такъ какъ міръ есть абсолютное цѣлое, внѣ котораго не можетъ быть никакого предмета созерцанія и никакого коррелата міра, съ каковымъ коррелатомъ онъ стоялъ бы въ отношеніи, то это отношеніе міра къ пустому пространству было бы отношеніемъ его къ никакому предмету. Но такое отношеніе, т. е. ограниченіе міра пустымъ пространствомъ есть ничто. Слѣдовательно міръ не ограниченъ, т. е. безконеченъ по протяженію" [1]).

Такова первая математическая антиномія Канта. Вторая подобна ей.

„Второе столкновеніе трансцендентальныхъ идей.

Тезисъ.

Всякая сложная субстанція въ мірѣ состоитъ изъ простыхъ частей и повсюду существуетъ лишь простое или составленное изъ простого.

Доказательство.

При допущеніи, что сложныя субстанціи состоятъ не изъ простыхъ вещей, получалось бы, если уничтожить всякую сложность въ мысли, что нѣтъ никакой сложной части и нѣтъ и простой (такъ какъ никакихъ простыхъ частей нѣтъ), слѣдовательно не остается ничего и не оказывается данной никакой субстанціи. Отсюда или нельзя уничтожить въ мысли всякую сложность или по уничтоженіи ея должно остаться нѣчто безъ всякой сложности, т. е. простое. Въ первомъ случаѣ сложность состояла бы не изъ субстанцій (такъ какъ сложность при этомъ есть только случайное отношеніе субстанцій, безъ каковаго отношенія они могли бы существовать

---

[1]) Пространство есть просто форма внѣшняго воззрѣнія (формальное воззрѣніе), недѣйствительный предметъ, который можетъ быть созерцаемъ внѣ. Пространство прежде всѣхъ вещей, которыя его опредѣляютъ (наполняютъ или ограничиваютъ) или сообразно своей формѣ даютъ эмпирическое воззрѣніе, именуемое абсолютнымъ пространствомъ, есть ничто иное, какъ простая возможность внѣшнихъ явленій, поскольку они или существуютъ въ себѣ или могутъ быть присоединяемы къ даннымъ явленіямъ. Такимъ образомъ эмпирическое созерцаніе не есть совокупность явленій и пространства (ощущенія и пустого созерцанія). Одно не есть коррелатъ синтеза другого, но они только соединены въ одномъ и томъ же эмпирическомъ созерцаніи, какъ матерія и его форма. Если хотятъ одно изъ этихъ двухъ поставить внѣ другого (пространство внѣ его явленій), то изъ этого возникаютъ всякаго рода пустыя опредѣленія, которыя однако не суть возможныя воспріятія; наприм., движеніе или покой міра въ безконечномъ пустомъ пространствѣ, опредѣленіе никогда не могущаго быть воспринятымъ взаимоотношенія обоихъ и такимъ образомъ оказывающагося лишь предикатомъ простой мысленной вещи.

какъ устойчивыя сущности). Такъ какъ этотъ случай противорѣчитъ предположенію, то остается только второй именно, что субстанціанально сложное въ мірѣ состоитъ изъ простого.

Отсюда непосредственно слѣдуетъ, что всѣ міровыя вещи суть простыя сущности, что сложность есть только ихъ внѣшнее состояніе и что если мы и не можемъ никогда вполнѣ извлечь или изолировать элементарныя субстанціи изъ этого состоянія связи, однако разумъ долженъ мыслить ихъ какъ первыя основанія всякой сложности, а до соединенія какъ простыя существа.

Антитезисъ.

Никакая сложная вещь въ мірѣ не состоитъ изъ простыхъ частей и вообще въ немъ не существуетъ ничего простого.

Доказательство.

Пусть будетъ допущено, что сложная вещь (какъ субстанція) состоитъ изъ простыхъ частей. Такъ какъ всякое внѣшнее отношеніе, отсюда и отношеніе сложности изъ субстанцій возможно только въ пространствѣ, то должно быть, что изъ сколькихъ частей состоитъ сложность, изъ столькихъ же должно состоять заключающее его въ себѣ пространство. Но пространство состоитъ не изъ простыхъ частей, а изъ пространствъ. Тогда должна каждая часть сложной вещи занимать нѣкоторое пространство. Первоэлементы всякой сложной вещи безусловно просты. Такимъ образомъ получается, что нѣчто простое занимаетъ пространство. Теперь все дѣйствительное, занимающее какое-либо пространство, заключаетъ въ себѣ находящееся одно внѣ другого многообразіе, слѣдовательно составлено и именно какъ дѣйствительно сложное не изъ акциденцій (поелику онѣ безъ субстанціи не могутъ быть одна внѣ другой), а изъ субстанцій; получается: простое есть субстанціанально сложное, а это заключаетъ въ себѣ внутреннее противорѣчіе.

Второе положеніе антитезиса, что въ мірѣ не существуетъ ничего простого должно здѣсь значить, что бытіе простого не можетъ быть дано никакимъ внѣшнимъ или внутреннимъ опытомъ или воспріятіемъ, и простое оказывается только идеею недоступною никакому возможному опыту и потому въ истолкованіи явленій остающеюся безъ приложенія и предмета. Такъ какъ если бы мы пожелали принять, что для этой трансцендентальной идеи можно найдти предметъ въ опытѣ, то дѣйствительное воспріятіе таковаго предмета должно бы быть познано, какъ не содержащее въ себѣ никакого многообразія связаннаго въ единство изъ находящихся одинъ внѣ другого элементовъ. А такъ какъ изъ несознанія такого разнообразія нельзя дѣлать вывода о совершенной невозможности его въ созерцаніи какого-либо объекта, а это послѣднее необходимо для его абсолютной простоты, то слѣдуетъ, что это не можетъ быть выведено ни изъ какого воспріятія. Такъ какъ ничто какъ совершенно простой объектъ не дано ни въ какомъ возможномъ опытѣ, — а чувственный міръ долженъ быть разсматриваемъ, какъ понятіе (Inbegriff), включающее въ себѣ мысль о всякомъ возможномъ опытѣ, то слѣдовательно, вообще въ немъ не дано ничего простого.

Это второе положеніе антитезиса идетъ много далѣе, чѣмъ первое, которымъ простое устраняется только изъ созерцанія сложнаго, между тѣмъ какъ вторымъ оно изгоняется изъ всей природы, по причинѣ чего оно можетъ быть выводимо не изъ понятія предмета внѣшняго воспріятія, а изъ отношенія его вообще къ возможному опыту" [1]).

Нельзя сказать, чтобы Кантъ своими примѣчаніями, разъясненіями, толкованіями, даже своею теоріею апріорности пространства и времени нашелъ выходъ изъ своихъ антиномій. Пусть міръ для насъ не есть данное, а есть заданіе, есть, такъ сказать, уравненіе. Его можно выразить въ такой формѣ:

$$Ax^n + Bx^{n-1} + Cx^{n-2} + \dots\dots + Px^2 + Qx + R = 0.$$

Такое уравненіе съ нашей точки зрѣнія имѣетъ n корней и не можетъ имѣть ихъ болѣе. Но по Канту оказывается, что если подойти къ этому уравненію съ одной стороны, то оно имѣетъ n рѣшеній вещественныхъ, а если подойдти съ другой стороны, то имѣетъ n рѣшеній мнимыхъ. Такое заданіе не есть загадка сфинкса, а нѣчто подобное четырестороннему треугольнику, т. е. нѣчто такое, чего нельзя

---

[1]) Kant's Kritik der reinen Vernunft (herausgegeben von Erdman). 1884. S. S. 314—317, 320—323.

уразумѣть ни въ какой степени и къ чему слѣдовательно нельзя приспособиться.

Но если у Канта апріорность математическихъ началъ приводитъ къ роковымъ гносеологическимъ выводамъ, то наоборотъ, у Кантора эта апріорность расширяетъ границы бытія и открываетъ двери въ область высшихъ сферъ. Канторъ далъ ученіе о трансфинитныхъ числахъ, т. е. о числахъ, находящихся за границами конечнаго. Простое разсужденіе можетъ дать понятіе объ этихъ числахъ. Основаніе естественныхъ логариѳмовъ e, о которомъ уже была рѣчь, выражается черезъ своего показателя такимъ образомъ:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^4}{1.2.3.4} + \ldots \frac{x^m}{1.2 \ldots m} +$$

до безконечности.

Изъ этого ряда слѣдуетъ, что $e^x > \frac{x^m \times x^n}{1.2.3 \ldots\ldots (m+n)}$,

отсюда $\frac{e^x}{x^m} > \frac{x^n}{1.2.3 \ldots\ldots (m+n)}$.

При увеличиваніи x отношеніе $\frac{e^x}{x^m}$ будетъ возрастать; при $x = \infty$, оно также станетъ равно безконечности. Но нетрудно показать, что существуетъ множество функцій, которыя возрастаютъ быстрѣе, чѣмъ e^x. Таковы ${}_e x^2$, ${}_e e^x$, ${}_e e^{x^2}$; варіируя типы показателей, можно получить какія угодно высокія степени возрастанія. Функціи такъ образованныя могутъ быть предметомъ изученія и изслѣдованія. Ихъ свойства, взаимоотношенія поддаются анализу и опредѣленію. Пусть порою окажется, что существуютъ трансфинитныя порядковыя числа, которыя и не равны между и изъ которыхъ ни одно ни больше, ни меньше другого. Что дѣлать? Это аналогично въ обычной алгебрѣ взаимоотношенію вещественныхъ и комплексныхъ величинъ. Но канторовская теорія трансфинитныхъ чиселъ для метафизика и теолога можетъ быть дорога тѣмъ, что она какъ бы даетъ представленіе о многихъ обителяхъ небеснаго Отца, о которыхъ говорилъ Христосъ въ прощальной бесѣдѣ съ учениками (Іоан. 14, 2). И всѣ эти трансфинитныя числа направляютъ мысль къ абсолютно безконечному числу, которое соотвѣтствуетъ единой абсолютной реальности.

Но вотъ—новое время выдвинуло новые вопросы по отношенію къ математикѣ. Я формулировалъ бы общее содержаніе этихъ вопросовъ такъ: имѣютъ ли всеобщую значимость математическія формулы и теоремы? Если математическіе принципы прирождены нашему духу и все содержаніе математики есть развитіе этихъ принциповъ по законамъ намъ прирожденной логики, тогда въ сѣти нашихъ формулъ мы должны уловлять всю вселенную, и бытіе несогласное съ этими формулами для насъ недопустимо. Но вотъ — новыя теоріи говорятъ намъ: основоположенія математики выведены изъ ограниченнаго опыта и не только ко всему универсу ихъ нельзя прилагать, но рискованно распространять ихъ и вообще на величины значительно превосходящія тѣ, которыя были получены въ опытѣ.

Лаппаранъ о происхожденіи геометрическихъ аксіомъ разсуждаетъ такъ.

„Прежде всего, у насъ существуетъ, въ силу собственно нашей организаціи, очень ясное чувство *направленія*, слѣдуя которому мы осуществимъ наименьшее усиліе движенія при пробѣгѣ. Для этого нужно, чтобы нашъ взглядъ не покидалъ ни на одну минуту опредѣленную часть достигаемаго предмета, на столько малую, что ея поверхность кажется не заслуживающей вниманія и сводится на практикѣ къ тому, что мы называемъ *точкой*. Она будетъ, какъ говорятъ по военной теоріи, *точкой направленія;* вѣрный инстинктъ намъ подсказываетъ, что, если это условіе постояннаго прицѣла (devisée cinstapté) выполнено, и наши глаза не совершали никакого иного движенія ни справа на лѣво, ни сверху внизъ, то мечта о минимальномъ усиліи будетъ осуществлена.

Природа даетъ намъ, за исключеніемъ твердости, представленіе объ этомъ идеальномъ пути въ спокойной поверхности воды, гдѣ вѣрно направленный челнокъ позволяетъ слѣдовать по желанной траэкторіи, съ другой стороны, нѣтъ особенно ощутительной разницы между этой совершенной водяной плоскостью и поверхностью большихъ равнинъ съ постояннымъ уровнемъ, которыя такъ часто разстилаются на берегахъ морей или озеръ. Т. об., слѣдуя этимъ путемъ въ указанныхъ условіяхъ, мы приходимъ къ мысли о *плоскости*, поверхности, лишенной неровностей и кривизны, гдѣ работа, нужная для ходьбы, сводится единственно къ усилію перемѣщенія, требуемаго разстояніемъ, безъ всякаго вмѣшательства тяжести, такъ какъ здѣсь не существуетъ ни подъема, ни спуска.

Если въ двухъ точкахъ подобной гладкой равнины укрѣпить два столба и за нижніе концы привязать веревку, сильно натянутую, то мы увидимъ, что на всемъ своемъ протяженіи эта веревка будетъ присалонена къ землѣ, несмотря на то, какое положеніе занимаетъ второй столбъ по отношенію къ первому. Наконецъ, мы безъ труда убѣдимся, что для того, чтобы пройти кратчайшимъ путемъ отъ одной точки равнины до другой, нужно твердо слѣдовать натянутой веревкѣ, потому что, т. об., придется сдѣлать наименьшее количество шаговъ, и потребуется наименьшее количество веревки, чтобы установить связь между крайними точками.

Теперь идеализируемъ эти различныя понятія. Сдѣлаемъ такъ, что оба столба — отправленія и прибытія касаются поверхности въ столь маломъ пунктѣ, что было бы невозможнымъ опредѣлить его размѣры глазомъ; въ предѣлѣ это неразличимое пространство (cette aire) обратится въ *геометрическую точку*. Уменьшимъ также толщину веревки до того, что ее уже нельзя будетъ измѣрить, и предположимъ, что благодаря своей нематеріальности, веревка, сокращенная до такой степени, не будетъ считаться съ кривизною, зависящею отъ силы тяжести каждой натянутой нити. Въ предѣлѣ мы получимъ абстракцію, называемую *прямой линіей*. Мы ясно увидимъ, что отъ одной точки до другой мы можемъ представить только одно воплощеніе этого идеала; оно несомнѣнно указываетъ кратчайшее разстояніе между двумя точками; такимъ образомъ и будутъ положены при посредствѣ этихъ абстрактныхъ, но всегда выведенныхъ изъ опыта, понятій, основныя аксіомы планиметріи.

Далѣе, когда веревка, протянутая по всему протяженію равнины, предположенной совершенно плоской, прилегаетъ къ ней во всѣхъ точкахъ, то мы узнаемъ способъ образованія этой поверхности, реализирующей максимумъ простоты посредствомъ прямой, непрерывно опирающейся на двѣ другія совпадающія. Такимъ же образомъ мы видимъ, что прямая деревянная палка, брошенная на спокойную поверхность воды, будетъ прикасаться къ ней всей своей длиной, куда бы мы ее ни направляли.

Впрочемъ, есть и другіе виды наблюденій, на основаніи которыхъ можно составить очень ясныя представленія о прямой линіи. Одни изъ нихъ сами бросаются въ глаза, какъ напримѣръ, лучъ свѣта, проникающій черезъ узкое отверстіе ставни въ пыльную атмосферу темнаго мѣста и начертывающій блестящимъ образомъ кратчайшій путь между своими двумя концами, или же камень, бросаемый съ верха башни, или же веревка, поддерживающая грузъ.

Другія представленія требуютъ нѣсколько большихъ усилій, чтобы ихъ ясно понять, но зато они дадутъ намъ болѣе точное геометрическое понятіе. Такъ, когда мы сообщимъ твердому тѣлу круговращательное движеніе, укрѣпивъ двѣ его точки между пальцами, при чемъ тѣло будетъ достаточно упруго и не будетъ измѣнять свою форму при движеніи, то мы скоро увидимъ, что линія, проходящая отъ одного пальца къ другому, не участвуетъ въ движеніи. Если же между этими двумя точками можно было бы ввести прямую упругую иглу, то тѣло будетъ продолжать вращаться около этой оси, которая, напротивъ, остается неподвижной. Идеализируя это понятіе, мы опредѣлимъ прямую линію, какъ мѣсто неподвижныхъ точекъ въ неизмѣняющемся твердомъ тѣлѣ, подвергнутомъ вращенію. Наконецъ, когда у насъ будетъ инструментъ, съ помощью котораго мы будемъ въ состояніи провести черту наиболѣе близкую къ идеальной прямой, инструментъ, называемый линейкой, то совершенство этой черты будетъ доказано, если при передвиженіи линейки вокругъ ея ребра, мы будемъ получать все ту же черту. Здѣсь концепція оси вращенія является для насъ тожественной съ концепціей о кратчайшемъ разстояніи между двумя точками.

Такимъ образомъ, опытъ всегда является нашимъ путеводителемъ въ опредѣленіи отвлеченныхъ понятій пространства. Впрочемъ, роль наблюденія не ограничивается тѣмъ, что представляетъ субстратъ, изъ котораго исходятъ геометрическія понятія при посредствѣ простой идеализаціи. Мы встрѣтимся еще съ наблюденіемъ, какъ съ основой большого числа теоремъ, которыя устанавливаютъ взаимныя отношенія полученныхъ такимъ образомъ абстракцій.

Напримѣръ, что значатъ тѣ доказательства, при которыхъ, чтобы увѣриться въ равенствѣ двухъ плоскихъ фигуръ, имѣющихъ нѣкоторые тождественные элементы, эти фигуры налагаютъ одну на другую, предполагая, что равные элементы совпадутъ? Не покажется ли это доказательство безсмысленнымъ, если его прилагать исключительно къ абстракціямъ? Нельзя переносить вещь, не имѣющую реальнаго существованія. Очевидно, примѣненное умозрѣніе пользуется санкціей опыта, которая будетъ состоять въ представленіи двухъ матеріальныхъ фигуръ, удовлетворяющихъ указаннымъ условіямъ, и въ удостовѣреніе того, что онѣ точно накладываются другъ на друга.

Правда, *абсолютное* удостовѣреніе невыполнимо. Перенесенная фигура рискуетъ измѣнить форму и вещество, ее составляющее, не неизмѣнно. Тяжесть, теплота, влажность могутъ измѣнить его размѣры, а также подѣйствовать въ различной мѣрѣ на самую сравниваемую фигуру. Какую бы точность ни стремились дать конструкціи, равенство элементовъ, признанныхъ за тожественные, можетъ существовать въ дѣйствительности только въ предѣлахъ дозволенныхъ несовершенствомъ инструментовъ. Наконецъ, для матеріальныхъ предметовъ наложеніе соотвѣтствующихъ элементовъ всегда будетъ давать мѣсто нѣкоторой неточности, тѣмъ болѣе замѣтной, чѣмъ тоньше будутъ средства, употребляемыя для его подтвержденія.

Но понятно, что съ подходящимъ веществомъ и при хорошо устроенныхъ приборахъ можно получать все болѣе и болѣе полное совпаденіе, и мы имѣемъ полное право думать, что въ предѣлѣ, т. е. въ условіяхъ, при которыхъ не примѣнимъ реальный опытъ, и при которыхъ фигура становится абстракціей, это совпаденіе не оставляетъ больше ни малѣйшей неправильности.

Однако-жъ, мы повторяемъ, что доказательство кажется лишеннымъ смысла, если оно не опирается на возможность матеріальной провѣрки, и тотъ же фактъ можетъ быть доказанъ другими умозрѣніями, употребляемыми въ геометріи. Всюду найдемъ мы эту опору опыта, который нами руководитъ при нашихъ абстракціяхъ и выводитъ изъ нихъ, при посредствѣ чувства порядка и понятія объ идеалѣ, заключенія, которыя внушаютъ уваженіе всѣмъ разумнымъ людямъ.

Это не все. Къ указаннымъ основнымъ понятіямъ присоединяется по самому устройству нашего ума понятіе *о без-*

конечности. Опытъ научилъ насъ, что при помощи вѣхъ, слѣдующихъ въ строгомъ порядкѣ одна за другою, мы можемъ продолжить прямую линію, проведенную между двумя точками, такъ далеко, какъ мы того желаемъ. Вслѣдствіе внутренняго стремленія, столь же естественнаго какъ и то, что внушено намъ идеей порядка, мы допускаемъ, что эта способность продолжаться безпредѣльна. Прямая линія, а вмѣстѣ съ ней и плоскость, произведенная ея движеніемъ кажутся намъ, такимъ образомъ, способными продолжаться до безконечности“ [1].

Но предложенная теорія происхожденія представленія прямой линіи даетъ ли право настаивать на реальности ея свойства простираться въ безконечность?

Во 1) нужно доказать, что при вращеніи тѣла около двухъ точекъ остается неподвижною линія, соединяющая эти точки. Возможно предположеніе, что остается неподвижною нѣкоторая часть тѣла или наоборотъ, что кромѣ двухъ точекъ все тѣло приходитъ въ движеніе. У вращающагося тѣла различныя точки двигаются съ различными скоростями. Легко найдти точки, обладающія maximum'омъ вращенія, но есть-ли линія, вращательная скорость которой равна нулю? Можетъ быть этотъ признакъ принадлежитъ элементу тѣла или совсѣмъ не принадлежитъ линіи. Недоказана возможность существованія неподвижной линіи въ тѣлѣ двигающемся около точекъ, какъ не доказано еще болѣе, что если она существуетъ, то только одна, а не цѣлое тѣло. Во 2) недоказано, что такая линія, если она существуетъ и только одна, есть кратчайшая. Такимъ образомъ, противъ приведеннаго геометрическаго опредѣленія могутъ возразить: можетъ быть такая линія есть contradictio in adjecto и можетъ быть, если она и существуетъ, она не кратчайшая. Въ курсахъ геометріи, которые стремятся къ строгости доказательствъ (изъ русскихъ элементарныхъ курсовъ такимъ намъ представляется геометрія Давидова, совершенно противоположна ей геометрія Малинина), можно замѣтить тенденцію отодвигать, какъ можно дальше разсужденіе о параллельныхъ линіяхъ, и стараться какъ можно больше геометрическихъ положеній утвердить независимо отъ теорій параллелей. Тенденція эта понятна.

---

[1] Лаппаранъ, Наука и апологетика, стр. 15—19.

Авторамъ хочется доказать какъ можно больше положеній независимо отъ теоріи, одно изъ основоположеній которой по общему сознанію не очевидно и недоказано. Но анализъ вскрываетъ намъ, что и возможность прямой линіи съ тѣми свойствами, которыя ей обычно приписываютъ геометры, не очевидна и недоказана. Прямая линія нашихъ геометрій есть абстракція отъ опыта. То, что идея ея не прирождена нашему духу, доказывается, что, не впадая въ противорѣчіе съ логикою и опытомъ, можно отрицать обычно приписываемыя ей свойства и надѣлять ее другими. По Эвклиду прямая линія вполнѣ опредѣляется двумя точками. Но изъ изложеннаго видно, что вполнѣ можно оспаривать это положеніе.

Но пунктомъ, гдѣ непосредственно очевидна неочевидность и нестрогая обоснованность теоріи, является XI постулатъ Эвклида.

Если мы имѣемъ двѣ прямыя, находящіяся въ одной плоскости, изъ каковыхъ прямыхъ одна перпендикулярна третьей, а другая не перпендикулярна, то онѣ при продолженіи пересѣкутся. Опытъ всегда подтверждалъ, какъ это положеніе, такъ и всѣ слѣдующіе изъ него выводы. Но дѣло въ томъ, что опытъ всегда бы подтверждалъ все это, если бы этотъ постулатъ и былъ ошибочнымъ по отношенію къ нѣкоторымъ случаямъ. Нашъ постулатъ провѣренъ опытно по отношенію ко всѣмъ угламъ, подъ которыми прямая пересѣкаетъ другую, начиная съ нуля и доходя до 89^0 съ минутами и сотыми долями секунды. Но все-таки между тѣмъ предѣльнымъ угломъ, для котораго онъ былъ провѣренъ, и угломъ 90^0, остается еще безконечное число угловъ. Мы можемъ допустить, что если одна прямая пересѣкаетъ другую подъ угломъ въ 90^0, а другая подъ угломъ въ 89^0, 99999999....8, то эти прямыя никогда не пересѣкутся. Разъ мы это допустимъ, все зданіе геометріи измѣнится. Тогда окажется, что геометрія Эвклида имѣетъ лишь приблизительную точность, тогда окажется, что подобныхъ фигуръ не существуетъ въ природѣ и что построеніе точной модели нашей вселенной невозможно. На самомъ дѣлѣ вся теорія подобныхъ фигуръ и тѣлъ утверждается на той теоремѣ, что сумма угловъ въ каждомъ многоугольникѣ опредѣляется числомъ его сторонъ ($\Sigma = 2d.\ n - 4d$), сумма угловъ треугольника равна двумъ прямымъ, сумма угловъ четыреугольника четыремъ прямымъ и т. д., и что въ подобныхъ тѣлахъ соотвѣтственные углы равны. Но разъ отвергнуть постулатъ Эвклида, то тогда слѣдуетъ, что въ каждой фигурѣ сумма угловъ есть величина измѣняющаяся, опредѣляемая не только числомъ сторонъ, но и ихъ свойствами. Это можетъ показаться парадоксальнымъ, но возможную справедливость этой теоріи легко доказать опытомъ. Начертимъ на землѣ треугольникъ. Онъ представится прямолинейнымъ, начерченнымъ на плоскости, но на самомъ дѣлѣ онъ сферическій, онъ начерченъ на поверхности земного шара, его стороны суть дуги большого круга, его сумма угловъ — какъ учитъ насъ сферическая тригонометрія — непремѣнно больше двухъ прямыхъ. Сумма угловъ треугольника на поверхности вогнутой непремѣнно меньше двухъ прямыхъ. Но если эта вогнутость невелика, то наши измѣренія всегда дадутъ для треугольника 2d. Подойдемъ къ спокойной поверхности рѣки или озера, она представится плоскою, но на самомъ дѣлѣ она сферическая. Повидимому можно продолжать эту поверхность въ безконечность и она будетъ тянуться и тянуться, но на самомъ дѣлѣ эта поверхность при продолженіи замкнется сама въ себѣ и дастъ сферу, она не можетъ быть безконечною. Дѣло вотъ въ чемъ. Незначительная часть какой-либо очень большой линіи и поверхности очень часто намъ кажется имѣющею не тѣ свойства, какія имѣетъ на самомъ дѣлѣ. Незначительная часть большой окружности кажется прямою линіею. Уголъ незначительно отличающійся отъ прямого принимается за прямой. Нѣкоторые говорятъ, что опытъ здѣсь не причемъ, что важно какъ мы мысленно представляемъ природу прямой линіи, плоскости, сферы, псевдосферы. Но дѣло въ томъ, что наше мысленное представленіе есть абстракція въ сущности отъ очень незначительнаго опыта и можетъ быть заключаетъ въ себѣ внутреннее противорѣчіе. Какая, повидимому, простая задача: найдти число, которое, будучи помножено само на себя, равнялось бы двумъ. Число это больше $1^1/_3$ и меньше $1^1/_2$. Беря промежуточныя дроби, мы все болѣе и болѣе подходимъ къ числу 2, и можемъ естественно предполагать, что при продолженіи работы число будетъ найдено. Но строгое доказательство говоритъ намъ, что такого числа не существуетъ, и мысль о немъ заключаетъ внутреннее противорѣчіе.

Не заключаетъ ли въ себѣ внутренняго противорѣчія и созданная нами идея устремляющейся въ безконечность прямой? Нетрудно видѣть, что отрицаніе классической теоріи прямой линіи ставитъ крестъ надъ первой антиноміей Канта и подсказываетъ мысль, что не природа вообще и не природа нашего разума, а свободное употребленіе нашего разума завело насъ въ дебри противорѣчій по вопросу о конечности или безконечности міра.

Міръ построенный по Эвклиду, не смотря на свои безконечныя прямыя и плоскости, оказывается слишкомъ тѣсенъ. Но путемъ преодолѣнія Эвклида иногда удобно можно объяснять явленія и въ Эвклидовомъ мірѣ. Давно уже показано, что матерію можно разсматривать какъ функцію притягивающей и отталкивающей силы. Представимъ себѣ, что къ какой-либо математической точкѣ приложены двѣ силы: отталкивающая A и притягивающая B. Допустимъ далѣе, что сила отталкиванія дѣйствуетъ обратно пропорціонально кубу разстоянія; сила притяженія—обратно пропорціональна квадрату разстоянія. Тогда взаимодѣйствіе силъ выразится формулой:

$$\frac{A}{R^3} - \frac{B}{R^2},$$

пусть $A > B$. Ясно, что въ точкѣ приложенія будетъ преобладать отталкиваніе, но оно по мѣрѣ удаленія отъ этой точки или отъ этого центра будетъ сильнѣе убывать, чѣмъ сила протягивающая. На нѣкоторомъ разстояніи будетъ

$$\frac{A}{R^3} = \frac{B}{R^2}.$$

Все, что будетъ дальше этого разстоянія, будетъ притягиваться нашимъ центромъ; все, что будетъ пытаться проникнуть въ сферу радіуса R, будетъ отталкиваться, и комбинація данныхъ двухъ силъ дастъ ощущеніе матеріальной сферы радіуса R. Это вѣрно. Понятно, почему сила притяженія дѣйствуетъ обратно пропорціонально квадрату разстоянія, потому что поверхности, на которыя распространяется ея дѣйствіе, растутъ какъ квадраты радіусовъ. На двойномъ разстояніи отъ центра поверхность, по которой распространится притягивающая сила, будетъ вчетверо больше, отсюда количество силы прилагаемой къ каждому элементу должно стать вчетверо меньше. Но вотъ вопросъ: почему можно допустить, что отталкивательная сила дѣйствуетъ обратно пропорціонально кубу разстоянія? Не защищая изложенной теоріи матеріи, я однако думаю, что она можетъ найтти себѣ опору въ теоріи четырехмѣрнаго пространства. Если къ тремъ измѣреніямъ Эвклида прикинуть четвертое, то сила отталкиванія должна будетъ дѣйствовать въ четырехмѣрномъ пространствѣ и слѣдовательно постоянно будетъ дѣлиться на кубы, какъ сила притяженія—на квадраты. Такъ теорія, предполагающая эмпирическое происхожденіе геометріи, оказывается, можетъ содѣйствовать истолкованію физическаго міра.

Всѣмъ вышеизложеннымъ имѣлось ввиду разъяснить, какъ математика могла вторгаться въ области философіи и даже религіи. Теперь должно перейдти къ разсмотрѣнію того, какъ это было и есть. Древность, мы видѣли, стремилась обожествлять содержаніе математики; новое время склонялось къ тому, чтобы въ ея содержаніи видѣть лишь пустую форму. Забвеніе взглядовъ древнихъ есть потеря, неимѣніе взглядовъ новыхъ есть застой. Ненужно допускать потерь и недолжно пребывать въ застоѣ.

С. Глаголевъ.

(Продолженіе слѣдуетъ).